Sommaire

- Résistance des matériaux

RÉSISTANCE DES MATERIAUX
BIOMECANIQUE DE L’OS

Résistance des matériaux

- La **résistance des matériaux**, aussi appelée RDM, est une discipline particulière de la mécanique des milieux continus permettant le calcul des contraintes et déformations dans les structures des différents matériaux

<table>
<tr><td rowspan="4">Mécanique des milieux continus</td><td colspan="2" rowspan="2">Déformation élastique ouRésistance des matériaux</td><td colspan="2">Élasticité</td></tr>
<tr><td>Plasticité</td><td rowspan="3">Rhéologie</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Mécanique des fluides</td><td>Fluides non newtoniens</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fluides newtoniens</td></tr>
</table>

Résistance des matériaux

- Dans son utilisation courante, la RDM fait appel aux hypothèses suivantes :
- Le matériau est :
- **élastique** (le matériau reprend sa forme initiale instantanément après un cycle chargement déchargement),
- **linéaire** (les déformations sont proportionnelles aux contraintes),
- **homogène** (le matériau est de même nature dans toute sa masse),
- **isotrope** (les propriétés du matériau sont identiques dans toutes les directions).

Approche simplifiée : contrainte, déformation et coefficients élastiques

- La base de la mécanique des milieux continus est l'étude des déformations et des phénomènes associés à une transformation d'un milieu.

- La notion de déformation sert à quantifier de quelle manière les longueurs ont été dilatées et les angles ont changé dans le milieu.

- Une manière simple pour chercher à quantifier la déformation, est de regarder l'allongement relatif d'un segment dans le solide, ou la variation d'angle entre deux directions.

Types d'essais de résistance des matériaux : Sollicitations élémentaires

Type	Commentaire
Traction	Allongement longitudinal, on *tire* de chaque côté
Compression	Raccourcissement, on *appuie* de chaque côté
Cisaillement	Glissement relatif des sections
Torsion	Rotation par glissement relatif des sections droites
Flexion simple	Fléchissement sans allongement des fibres contenues dans le plan moyen
Flexion pure ou circulaire	Fléchissement sans effort tranchant dans certaines zones

Exemple
barre de remorquage
poteau supportant un plancher
goujon de fixation
arbre de transmission d'un moteur
planche de plongeoir
partie de poutre entre deux charges concentrées ou soumise à un couple

Approche simplifiée : contrainte, déformation et coefficients élastiques

- Pour l'*allongement relatif* , encore appelé *déformation*
- l_0 étant la longueur initiale et Δl l'allongement ; ε est sans unité.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$$

- On pourra remarquer que lors d'une sollicitation en traction, ε est positif, et que lors d'une compression, il est négatif.

Notion de contrainte

- Les sollicitations sont quantifiées par la notion de *contrainte* σ, qui est l'effort surfacique exercé sur une partie de la pièce en un point par le reste de la pièce.

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

- σ est homogène à une pression et est exprimé en méga pascals (MPa) ou en newtons par millimètre carré (N/mm²).

- Le matériau est caractérisé par des *coefficients élastiques*, qui représentent la difficulté à déformer ; le principal est le module de Young, E , lié à la contrainte et la déformation par la **loi de Hooke**
- E , est homogène à une pression et est exprimé en mégapascals (MPa), gigapascals (GPa) ou en kilonewtons par millimètre carré (kN/mm²).

loi de Hooke

Le mode de déformation le plus simple est la traction (étirement) ou la compression selon un axe. Pour de petites déformations, la variation de longueur $\Delta\ell$ est proportionnelle à la force de traction/compression F :

$$\Delta\ell \propto \mathrm{F}$$

que l'on écrit plus volontiers

$$\mathrm{F} = k \times \Delta\ell$$

où k est la raideur de la pièce. C'est en fait la loi des ressorts.

Afin de s'abstraire de la forme de la pièce, et notamment de ses dimensions, on divise la force F par l'aire S de la section droite de la pièce, on appelle ce ratio *contrainte*, il est notée σ. La contrainte est une grandeur homogène à une pression et s'exprime en Pa.

$$\sigma = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{S}}$$

et on divise l'allongement $\Delta\ell$ par la longueur initiale ℓ_0, grandeur que l'on appelle *déformation* ou *allongement relatif* ε (sans dimension)

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0}$$

La loi de Hooke s'exprime alors sous la forme :

$$\sigma = \mathrm{E} \cdot \varepsilon$$

où E est le module de Young, une caractéristique du matériau ; c'est l'équivalent en mécanique des milieux continus de la raideur d'un ressort.

Cette loi est valable pour l'étirement ou la compression d'une pièce, les autres dimensions étant libres de s'étendre.

Unités utilisées

Grandeur	uSI	Unités conventionnelles
σ	Pa	kPa, MPa, GPa
E	Pa	MPa, GPa
ε	1	%

Loi de Hooke

- De sa loi deux aspects sont importants :
  - La linéarité,
  - L'élasticité.

- Ces deux aspects ne sont pas identiques, la linéarité exprime « l'allongement est proportionnel à la force », l'élasticité exprime que cet effet est réversible et permet donc de revenir à l'état initial tel un ressort soumis à de faible forces.

- L'élasticité a une limite, qui est indépendante de la notion de linéarité, Hooke n'a considéré que la phase élastique et linéaire, donc proportionnelle et réversible.

- La linéarité provient du fait que l'on est en faible déformation, on peut donc faire une approximation linéaire de la loi

Limite élastique

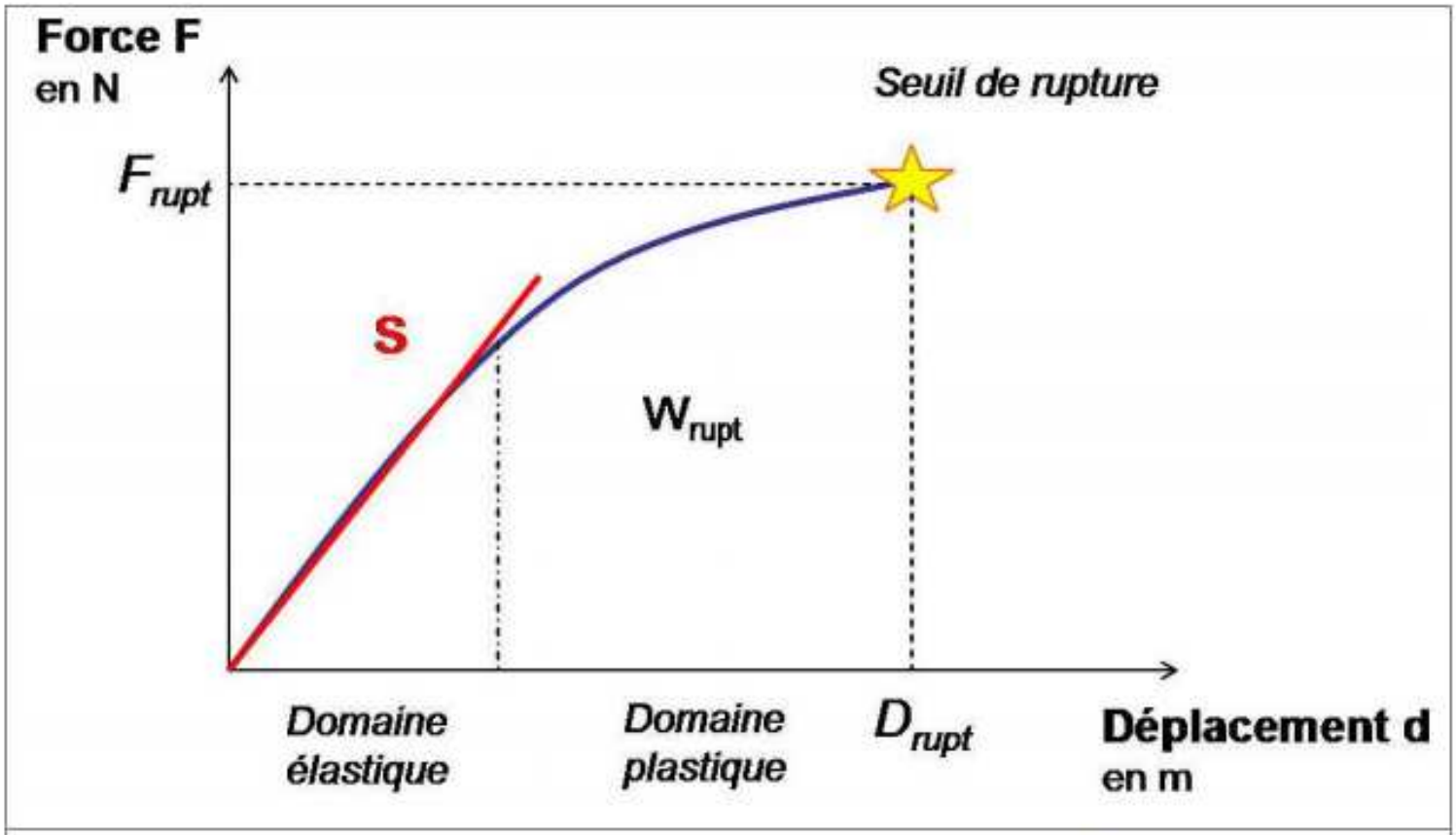


Figure 5 : Courbe représentant le déplacement en fonction de la force appliquée à la structure.

S *: raideur de la structure ;* F_{rupt} *: force entraînant la rupture ;* D_{rupt} *: déplacement à la rupture ;*

W_{rupt} *: travail nécessaire à la rupture.*

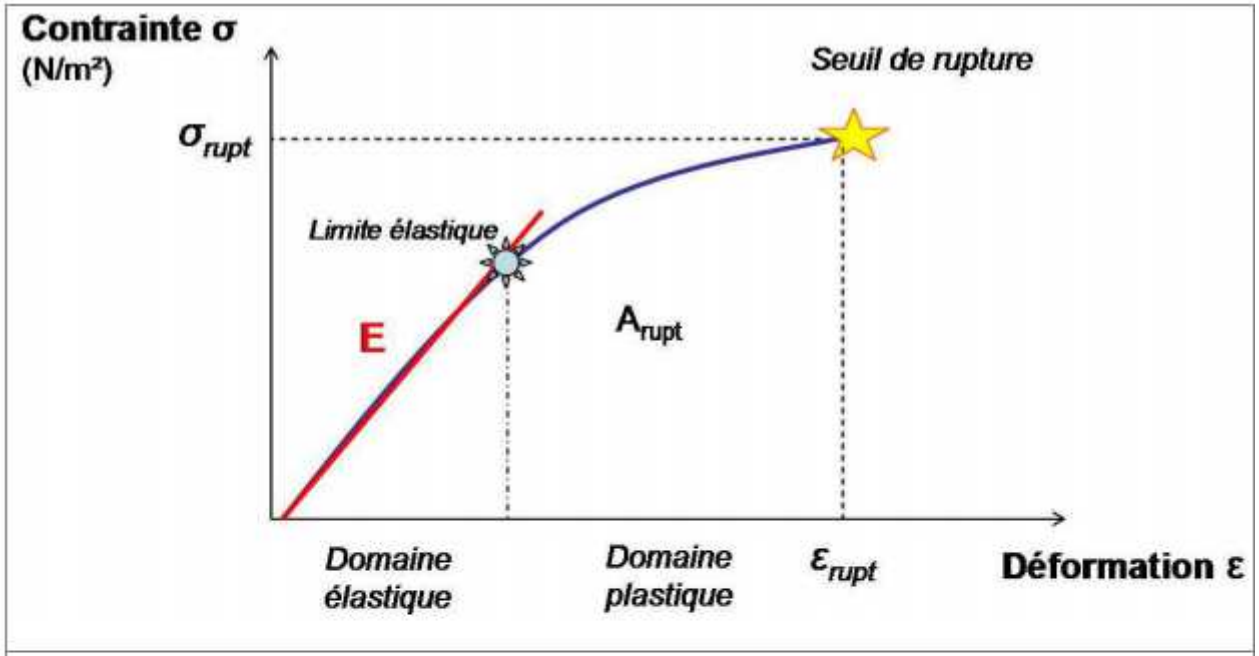


Figure 6 : Courbe représentant la contrainte en fonction de la déformation de l'os.

E : Module d'élasticité ; σ_{rupt} : Contrainte à la rupture ; ε_{rupt} : Déformation à la rupture ; A_{rupt} : Energie nécessaire à la rupture.

La contrainte maximale σ_{rupt} correspond donc à la résistance du matériau. Autrement dit, la résistance est représentée par la contrainte maximale conduisant à la rupture de l'os. L'aire sous la courbe représente l'énergie nécessaire à la rupture de l'os : A_{rupt}.

La limite élastique ou « yield point » [5] qui sépare les domaines élastique et plastique, est constituée par une transition graduelle qui rend parfois difficile sa caractérisation. Ce point est souvent défini comme étant celui où la courbe contrainte/déformation devient non linéaire.

Pente de la droite

La raideur correspond à la pente de la droite qui décrit le déplacement en fonction de la force. Le MODULE DE YOUNG ou module d'élasticité correspond à la pente de la droite qui décrit la contrainte en fonction de la déformation. Il est régi par la loi de Hooke.

Loi de Hooke : $\sigma = E.\varepsilon$

σ : contrainte appliquée en N/m^2 ou en Pa

E : module d'élasticité de Young en N/m^2 ou en Pa

ε : déformation, sans unité

Module de Young E (ou d'élasticité de traction, compression, flexion)

- Le module de Young est la contrainte mécanique qui engendrerait un allongement de 100 % de la longueur initiale d'un matériau (il doublerait donc de longueur), si l'on pouvait l'appliquer réellement : dans les faits, le matériau se déforme de façon permanente, ou se rompt, bien avant que cette valeur soit atteinte.

Matériau	*Module de Young E [N/m²]*	*Limite de résistance à la traction σ_{max} [N/m²]*	*Limite de résistance à la compression σ_{max} [N/m²]*
Aluminium	$7 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^{8}$	
Acier	$20 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{8}$	
Verre	$7 \cdot 10^{10}$	$0{,}5 \cdot 10^{8}$	$11 \cdot 10^{8}$
Os en traction	$1{,}6 \cdot 10^{10}$	$1{,}2 \cdot 10^{8}$	
Os en compression	$0{,}9 \cdot 10^{10}$		$1{,}7 \cdot 10^{8}$
Os en torsion			$0{,}28 \cdot 10^{8}$ (*torsion*)
Bois dur	10^{10}		10^{8}
Tendon	$2 \cdot 10^{7}$	$0{,}69 \cdot 10^{8}$	
Caoutchouc	10^{6}		
Vaisseaux sanguins	$0{,}2 \cdot 10^{6}$		
Muscle		$0{,}06 \cdot 10^{8}$	

Modules d'élasticité

Selon le *type* de déformation , le module d'élasticité d'un matériau peut être :

- le module de Young ou de traction, d'élasticité longitudinale, de compression, de flexion (E_f)
- le module de cisaillement ou d'élasticité tangentielle, de torsion (G_{to}), etc. (G) ;
- le module d'élasticité isostatique ou de compressibilité, de compression en flambage, etc. (K) ;
- ou le module d'onde de compression ou d'onde plane... (L[4] ou M).

Nom	Comportement du matériau
Module de traction	Soumis à une contrainte uniaxiale σ_E, l'échantillon subit une dilatation linéaire ε_E faible par rapport à l'épaisseur.
Module de cisaillement	Soumis à une contrainte de cisaillement[5] σ_C, l'échantillon subit une déformation ε_C sans changer de volume.
Module de compressibilité mécanique	Soumis à une contrainte de compressibilité σ_K, l'échantillon subit une variation de volume ε_K sans changer de forme.
Module en déformation uniaxiale	Soumis à une contrainte de pseudo-compressibilité σ_M, l'échantillon subit une variation de volume ε_M sans changer de forme. La déformation résultante est grande par rapport à l'épaisseur.

Flambage

- Le **flambage** ou **flambement** est un phénomène d'instabilité d'une structure, qui soumise à un effort normal de compression, a tendance à fléchir et se déformer dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression (passage d'un état de compression à un état de flexion).

- Cas des mammifères : Pourquoi ont-ils une taille donnée mais pas au-delà d’une taille maximale (Galilée) ?

- Sa théorie était de dire qu’au-delà d’une certaine masse les os se briseraient.

Allométrie : application à la croissance osseuse

Le terme allométrie a été créé en 1936 en tant que désignation conventionnelle, en biologie, des phénomènes de croissance différentielle d'organes, de tissus ou d'activité, dans la mesure où ces phénomènes de croissance sont régis par une loi de forme mathématique spécifiée.

On distingue :

- l’allométrie positive, ou majorante, qui est une croissance relative plus rapide d’une partie d’un organisme par rapport à la croissance globale de cet organisme ;
- l’allométrie négative, ou minorante, qui est une croissance relative moindre d’une partie d’un organisme par rapport à la croissance globale de cet organisme ;
- l'isométrie, qui est une croissance relative d’une partie d’un organisme identique à la croissance globale de cet organisme.

Exemples d'allométries

- Il y a une relation entre la taille d'un organisme et la taille de son cerveau. Le diamètre crânien suit donc une loi allométrique.

- Une allométrie négative entre le crâne et le corps humain est remarquable si l'on étudie l'ontogenèse de l'Homme (diminution de la corrélation taille du crâne / taille du corps, entre l'état nouveau né et adulte).

- Chez les chiens on observe une forte allométrie de croissance dans le développement des os crâniens (au niveau maxillaire par exemple), alors que chez les chats, on observera plutôt une croissance isométrique de tous les os crâniens.

- Il y a aussi une relation entre la masse d'un organisme et sa réserve de graisse notée G : G = 0,033 * (masse)^1,5.

Exemples d'allométries

- Relation entre la taille d'un bras et la taille d'un humain au cours de la croissance

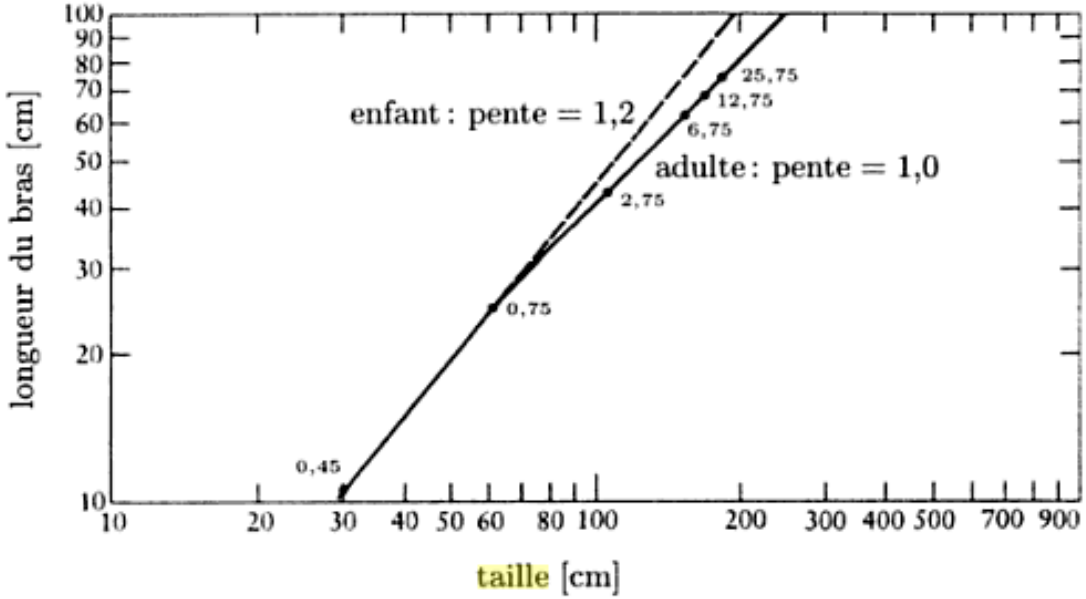


Fig. 17.6 La longueur du bras est portée en fonction de la taille de l'être humain pour des âges différents (les nombres qui figurent en regard des points répartis sur la courbe en trait plein correspondent à l'âge). Alors que la petite enfance est caractérisée par l'exposant 1,2, c'est un exposant de 1,0 qui s'impose ensuite. D'après T. A. Mc Mahon et J. T. Bonner, *op. cit.*

Etude de Gallilée (1564 – 1642)

D'un point de vue historique, c'est Galilée le premier qui a attiré l'attention sur les lois d'échelle et la conséquence qu'elles entraînent sur les proportions respectives des os des mammifères (fig. 17.5).

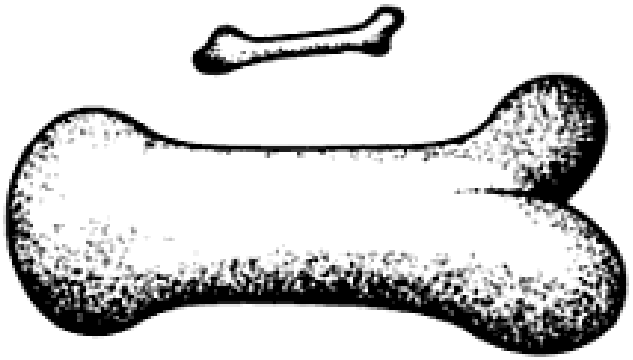


Fig. 17.5 « . . . j'ai représenté un os dont la longueur a été augmentée trois fois seulement, mais dont l'épaisseur a été accrue de telle façon qu'il puisse remplir pour un animal de grande taille la même fonction que le plus petit pour un petit animal. . . » (Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, P.U.F. Epiméthée, 1995).

Etude de Gallilée (1564 – 1642)

Si l'on envisage un quadrupède reposant sur ses quatre pattes, chacune d'elle supporte environ le quart du poids P du corps tout entier. La tension subie en compression par un fémur doit être inférieure à une tension de rupture T_{rupt}, si bien que

$$\frac{1}{4}\frac{P}{S} < T_{\text{rupt}} \tag{17.24}$$

où S est la section du fémur et T_{rupt} est à peu près la même pour tous les mammifères puisqu'elle dépend des propriétés du tissu osseux.

Si d est le diamètre de l'os et ℓ une dimension caractéristique de l'animal entier, la condition (17.24) implique

$$\rho g \frac{\ell^3}{d^2} \cong \text{constante indépendante de l'espèce} < T_{\text{rupt}}$$

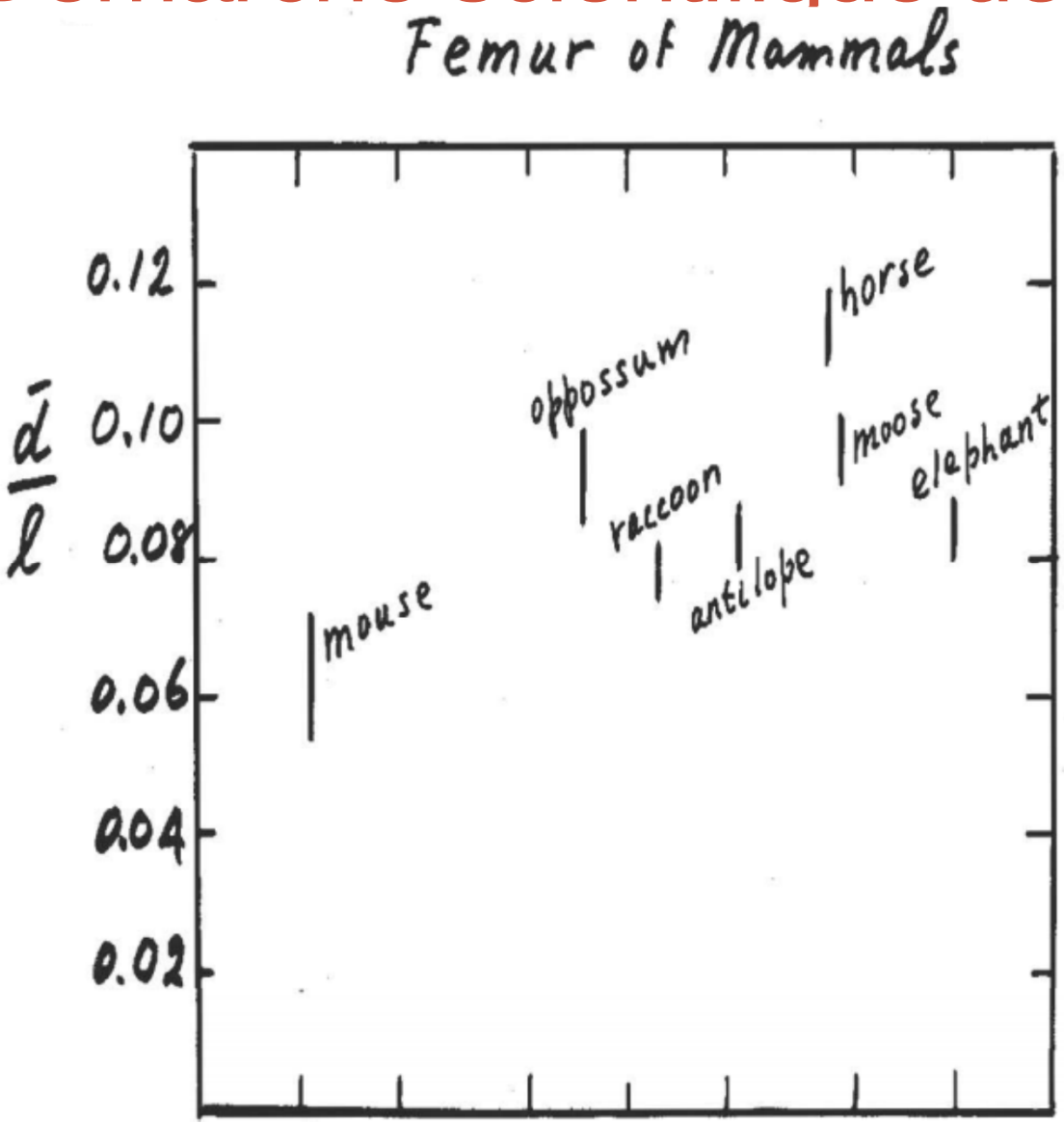
si bien que la relation allométrique correspondante s'écrit

$$d \sim \ell^{3/2} \tag{17.25}$$

Démarche scientifique de Gallilée

	Length ℓ (cm)	Thickness d^* (mm)	d/ℓ
Field Mouse 61566	1.1 ± 0.05	0.7 ± 0.1	0.063 ± 0.009
Oppossum 59742	7.3 ± 0.2	6.7 ± 0.5	0.092 ± 0.007
Raccoon 61037	12.4 ± 0.3	9.7 ± 0.5	0.078 ± 0.004
Antilope 1779	22.0 ± 0.2	18.3 ± 1.	0.083 ± 0.005
Horse 14892	42.0 ± 0.5	48. ± 2.	0.114 ± 0.005
Moose 20994	45.2 ± 0.5	43.5 ± 2.	0.096 ± 0.005
Elephant 1706	101. ± 1.	86. ± 4.	0.085 ± 0.004

Démarche scientifique de Gallilée



Démarche scientifique de Gallilée

- Hypothèses : L longueur du fémur
- M masse de l'animal (proportionnelle au volume de l'animal)

- La taille S de l'animal proportionnelle à L
- Sa masse M est proportionnelle à S^3 et à L^3
- Pression sur le Fémur prop à $\frac{masse}{Section}$ prop à $\frac{m}{d^2}$
- Donc si la masse augmente le diamètre doit augmenter

- Conclusion : $d^2 proportionnel$ à L^3

Exemple de flambage

- Si les extrémités de la règle sont tenues et tirées, la rupture de la règle se produit quand les contraintes de traction deviennent supérieures à la résistance mécanique en traction du plastique.

- En revanche, si les extrémités de la règle sont tenues et comprimées dans le sens de la longueur, la règle va se plier et se briser avec un effort de compression bien plus faible que celui nécessaire à la rupture en traction.

- Ce phénomène est appelé flambage.

Flambage pour un cylindre plein

- Dans le cas d'une colonne longue et mince pas tout à fait verticale, son centre de gravité ne se trouve donc pas exactement au dessus de sa base.

- Le poids produit donc un moment par rapport à l'axe de la colonne et cela provoque donc une flexion de la colonne.

- Si le matériau est assez résistant cette flexion s'arrêtera lorsque le moment des forces internes contrebalancent le moment du poids.

- Si la hauteur augmente pour un même rayon le poids augmente et donc il y a risque pour la colonne de se briser.

Flambage pour un cylindre plein

On s'aperçoit que pour un cylindre plein la hauteur critique est donnée par :

$$L_{cr} = c \times r^{2/3}$$

où r est le rayon et L la longueur critique

La grandeur c représente un facteur de proportionnalité qui dépend de la masse volumique et du module de Young du matériau

Exercice

Exercice , une colonne atteint sa limite de résistance au flambage pour une longueur de 10 m et un rayon de 0,1 m.

Quel devra être le rayon minimum si sa hauteur est de 40m ?

•

Solution

Exercice , une colonne atteint sa limite de résistance au flambage pour une longueur de 10 m et un rayon de 0,1 m.

Quel devra être le rayon minimum si sa hauteur est de 40m ?

Solution : on trouve C = $l_{cr} / r^{2/3} = 10/(O,1)^{2/3} = 46,4m^{1/3}$

D'où r = 0,8 m

En résumé

- Les forces et les moments de forces qui agissent sur des objets solides provoquent de déformations qui peuvent conduire à la rupture de ceux-ci.
- La déformation ε est la variation relative de dimension ou de forme: $\varepsilon = \Delta l/l$.
- L'effort σ est la force par unité de surface qui produit cette déformation:
- $\sigma = F/A$, où A est la section droite perpendiculaire à la force appliquée.
- Pour de faibles déformations, l'effort et la déformation sont proportionnels. Pour la compression ou la traction, le coefficient de proportionnalité est le module de Young E: $\varepsilon = \sigma / E$.
- Pour un cisaillement, le coefficient de proportionnalité est le module de cisaillement G: $\varepsilon = \sigma / G$.
- ε est le rapport entre le déplacement δ du plan sur lequel on agit et l'épaisseur h de la pièce cisaillée, $\varepsilon = \delta / h$ et $\sigma = F / A$, où A est la section parallèle à la force appliquée.

Viscoélasticité du tissu osseux

- L'os est un matériau viscoélastique. C'est à dire qu'une force d'intensité identique appliquée sur l'os avec une vitesse différente induira une déformation osseuse
- différente.

- La vitesse de déformation obtenue est définie en fonction de la déformation et de la durée d'application de la force.

$$V = \frac{\varepsilon}{t}$$

V : la vitesse de déformation en s^{-1}

ε : la déformation occasionnée par l'application de la force

t : le temps en s

Exercice1

- On assimile la jambe d'une personne à une barre osseuse de 1,2m de long. Si la déformation est de $1{,}3\times10^{-4}$ lorsque la personne est debout, de quelle longueur la jambe est-elle raccourcie?

Exercice1 (correction)

- On assimile la jambe d'une personne à une barre osseuse de 1,2m de long. Si la déformation est de $1{,}3\times10^{-4}$ lorsque la personne est debout, de quelle longueur la jambe est-elle raccourcie?

- Correction :
- La variation de longueur est égale à $\Delta l = \varepsilon l$
- Alors $\Delta l = (1{,}3 \times 10^{-4})(1{,}2\ m) = 1{,}56 \times 10^{-4}\ m$

Exercice2

- Si la section droite d'un fémur humain a une valeur minimum de
- 6,45 x10^{-4} m^2, quelle force de traction provoquera la fracture?

- Données : limite de résistance à la traction de l'os σ_t =12 x 10^7 Nm^{-2}
- .

Exercice2 (correction)

- Si la section droite d'un fémur humain a une valeur minimum de
- 6,45 x10^{-4} m^2, quelle force de traction provoquera la fracture?

- Données : limite de résistance à la traction de l'os σ_t =12 x 10^7 Nm^{-2}

$F = \sigma_t A$

La force provoquant la fracture vaut

$F = (12 \times 10^7\ Nm^{-2})\ (6{,}45 \times 10^{-4}\ m^2)$

F = 77'400 N

Exercice 3

- Calculer l'allongement relatif de l'humérus lorsqu'un homme de 70 kg se suspend à une barre fixe. On admettra que l'humérus est un os cylindrique creux de diamètres externe et interne de 3 et 2 cm.

(L'effort: $\sigma = F/A$; définition du module de Young: $\sigma = E\ \varepsilon$;

la déformation: $\varepsilon = \Delta l/l \Rightarrow F/A = E\ (\Delta l/l)$; module de Young pour un os (suivant l'axe) soumis à une traction: 1.6×10^{-10})

Propositions exercice 3

- Calculer l'allongement relatif de l'humérus lorsqu'un homme de 70 kg se suspend à une barre fixe. On admettra que l'humérus est un os cylindrique creux de diamètres externe et interne de 3 et 2 cm.

(L'effort: $\sigma = F/A$; définition du module de Young: $\sigma = E\,\varepsilon$;
la déformation: $\varepsilon = \Delta l/l \Rightarrow F/A = E\,(\Delta l/l)$; module de Young pour un os (suivant l'axe) soumis à une traction: 1.6×10^{-10})

a) 10^{-5}

b) 5.5×10^{-5}

c) $2,7 \times 10^{-5}$

d) 10^{-3}

e) pas assez d'éléments pour répondre

Propriétés élastiques des matériaux

- Lorsqu'une poutre subit une flexion caractérisée par un rayon de courbure R, le moment des forces internes est donné par

  $\tau = I_s / R$. Dans cette expression, I_s représente le moment d'inertie de la section droite de la poutre. Un grand moment d'inertie signifie une déformation peu importante de la poutre chargée.
- Une colonne de rayon r « flambera » (s'effondrera sous l'effet de son propre poids) si sa hauteur est supérieure à une hauteur limite l proportionnelle à $r^{2/3}$: $l \propto r^{2/3}$.
- Le moment d'une force de torsion τ, qui s'exerce sur un cylindre uniforme de longueur l produit une torsion mesurée par un angle α. Cet angle est lié à τ par la relation $\tau = G\, I_p\, \alpha / l$, où I_p est le moment d'inertie polaire du cylindre (pour un cylindre de rayon r, $I_p = \pi r^4 /2$).

Exercice corrigé

- Une personne de 70 kg saute d'une hauteur h et tombe sur le sol. Sa vitesse au départ de la chute est nulle. On néglige la résistance de l'air. De quelle hauteur maximale peut-elle sauter de façon à ne pas provoquer une fracture des os de la jambe, dans le cas où:

  -la personne retombe sur un sol dur, les jambes tendues. Dans ce cas, la durée de l'impact est courte et vaut 2×10^{-3} s.

  -la personne retombe sur un sol plus meuble en fléchissant les genoux. Dans ce cas la durée de l'impact est de 10^{-2} s.

Données :

section droite du tibia à l'endroit le plus étroit $A = 3 \times 10^{-4}$ m^2,

limite de résistance à la compression de l'os $\sigma_c = 17 \times 10^7$ Nm^{-2},

module de Young E pour os en compression $E = 0{,}9 \times 10^{10}$ Nm^{-2}.

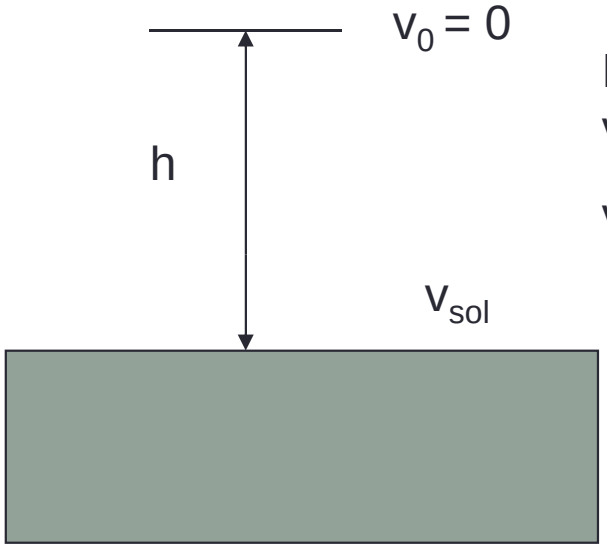
Exercice corrigé

- Une personne de 70 kg saute d'une hauteur h et tombe sur le sol. Sa vitesse au départ de la chute est nulle. On néglige la résistance de l'air. De quelle hauteur maximale peut-elle sauter de façon à ne pas provoquer une fracture des os de la jambe, dans le cas où:

  -la personne retombe sur un sol dur, les jambes tendues. Dans ce cas, la durée de l'impact est courte

  et vaut $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$ s.

  -la personne retombe sur un sol plus meuble en fléchissant les genoux. Dans ce cas la durée de l'impact est de $\Delta t = 10^{-2}$ s.



Lorsque la personne touche le sol, elle a une vitesse v_{sol} telle que

$v_{sol}^2 = v_0^2 + 2gh = 2gh \Rightarrow v_{sol} = \sqrt{2gh}$

durée de l'impact: Δt

Exercice corrigé

- Pendant la durée de l'impact, la vitesse chute de v_{sol} à 0 et la variation de la quantité de mouvement est $\Delta p = m\, v_{sol}$

  Sachant que $F = \Delta p / \Delta t$, on obtient $F = m\, v_{sol} / \Delta t$.

  La limite de résistance à la compression et la section de l'os sont connues donc la force maximum que l'os peut subir avant de se rompre peut être obtenue à partir de la formule $\sigma_{max} = F_{max} / A$, $F_{max} = \sigma_{max} A$.

On peut donc écrire

$\sigma_{max} A = m\, v_{sol} / \Delta t$ et $v_{sol} = \sigma_{max} A\, \Delta t / m$.

(a) $v_{sol} = (17 \times 10^{7}\ Nm^{-2})(3 \times 10^{-4}\ m^{2})(2 \times 10^{-3}\ s) / 70\ kg = 1{,}457\ ms^{-1}$.

(b) $v_{sol} = (17 \times 10^{7}\ Nm^{-2})(3 \times 10^{-4}\ m^{2})(1 \times 10^{-2}\ s) / 70\ kg = 7{,}286\ ms^{-1}$.

$v_{sol} = \sqrt{2gh}$ =>

(a) $h = v_{sol}^{2} / 2g = (1{,}457\ ms^{-1})^{2} / (2 \times 9{,}8\ ms^{-2}) = 0{,}1\ m$

(b) $h = v_{sol}^{2} / 2g = (7{,}286\ ms^{-1})^{2} / (2 \times 9{,}8\ ms^{-2}) = 2{,}7\ m$

QCM 8

- Q1. Les risques de fracture sont plus élevés quand on tombe sur un sol dur.

  a) la variation de la quantité de mouvement en arrivant au sol est plus importante

  b) la durée de l'impact est plus courte

  c) le module de Young change

  d) cette affirmation est fausse

  e) aucune de ces réponses

QCM 8

- Q1. Les risques de fracture sont plus élevés quand on tombe sur un sol dur.

  a) la variation de la quantité de mouvement en arrivant au sol est plus importante

  b) la durée de l'impact est plus courte

  c) le module de Young change

  d) cette affirmation est fausse

  e) aucune de ces réponses

QCM 8

- Q4. La figure donne le graphique de σ en fonction de ε pour deux matériaux différents. Que peut-on dire de leurs modules de Young?

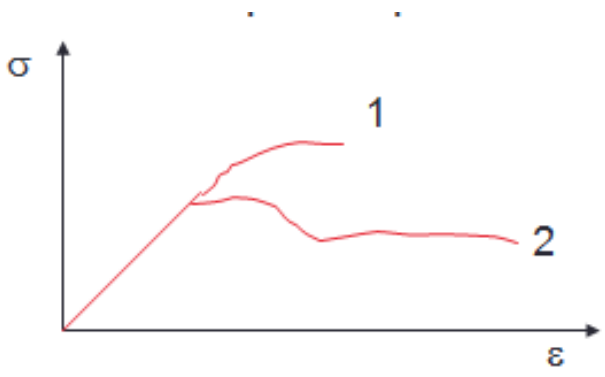
  a) le module de Young de (2) est plus grand que celui de (1)

  b) ils sont identiques

  c) le module de Young (1) est plus grand que celui de (2)

  d) ce graphique n'est pas valable

  e) pas assez d'éléments pour répondre



QCM 8

- Q4. La figure donne le graphique de σ en fonction de ε pour deux matériaux différents. Que peut-on dire de leurs modules de Young?

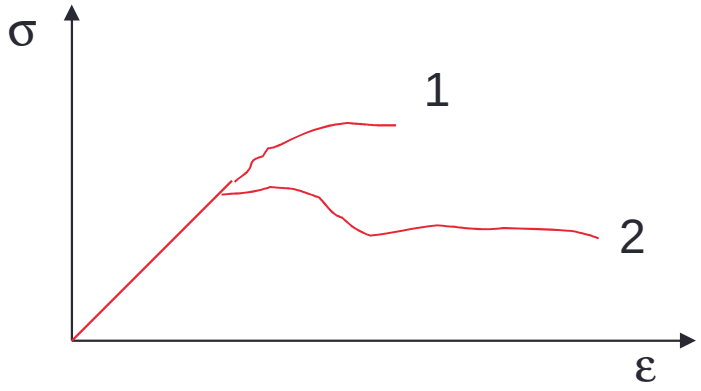
  a) le module de Young de (2) est plus grand que celui de (1)

  b) ils sont identiques

  c) le module de Young (1) est plus grand que celui de (2)

  d) ce graphique n'est pas valable

  e) pas assez d'éléments pour répondre



QCM 8

- Q7 Un sportif de masse 50 kg court et tombe sur une main avec le bras étendu. Quelle est la vitesse minimum du coureur qui peut causer une fracture de l'os du bras? La durée de l'impact est de 10^{-2} secondes et la section de l'os est de 4 cm^2. (Tableau 8.1: Limite de résistance à la compression de l'os $\sigma_c = 17 \times 10^7$ Nm^{-2}).

a) 13,6 ms^{-1}

b) 8 ms^{-1}

c) 1,36 ms^{-1}

d) 2 ms^{-1}

e) pas assez d'éléments pour répondre

QCM 8

- Q7 Un sportif de masse 50 kg court et tombe sur une main avec le bras étendu. Quelle est la vitesse minimum du coureur qui peut causer une fracture de l'os du bras? La durée de l'impact est de 10^{-2} secondes et la section de l'os est de 4 cm^2. (Limite de résistance à la compression de l'os $\sigma_c = 17 \times 10^7\ Nm^{-2}$).

  a) 13,6 ms^{-1}
  b) 8 ms^{-1}
  c) 1,36 ms^{-1}
  d) 2 ms^{-1}
  e) pas assez d'éléments pour répondre

$v_{sol} = \sigma_{max} A \Delta t / m \Rightarrow v_{sol} = (17 \times 10^7\ Nm^{-2})\ (4 \times 10^{-4}\ m^2)(10^{-2}\ s)/\ 50\ kg$
$= 13{,}6\ ms^{-1}$ solution a)

QCM 8

- Q8 Calculer l'allongement relatif de l'humérus lorsqu'un homme de 70 kg se suspend à une barre fixe. On admettra que l'humérus est un os cylindrique creux de diamètres externe et interne de 3 et 2 cm.

(L'effort: $\sigma = F/A$; définition du module de Young: $\sigma = E\,\varepsilon$;
la déformation: $\varepsilon = \Delta l/l \Rightarrow F/A = E\,(\Delta l/l)$; module de Young pour un os (suivant l'axe) soumis à une traction: 1.6×10^{-10})

a) 10^{-5}

b) 5.5×10^{-5}

c) $2,7 \times 10^{-5}$

d) 10^{-3}

e) pas assez d'éléments pour répondre

QCM 8

- Q8 Calculer l'allongement relatif de l'humérus lorsqu'un homme de 70 kg se suspend à une barre fixe. On admettra que l'humérus est un os cylindrique creux de diamètres externe et interne de 3 et 2 cm.

(L'effort: $\sigma = F/A$; définition du module de Young: $\sigma = E\ \varepsilon$;

la déformation: $\varepsilon = \Delta l/l \Rightarrow F/A = E\ (\Delta l/l)$; module de Young pour un os (suivant l'axe) soumis à une traction: 1.6×10^{-10})

$F/A = E\ (\Delta l/l) \Rightarrow (\Delta l/l) = F/(A \times E)$;

$F = m\ g = (70\ kg)\ (9.8\ ms\text{-}2) = 686\ N$;

$A = \pi\ (r_2^2 - r_1^2) = \pi\ ((0.03\ m)^2 - (0.02\ m)^2) = 1.57 \times 10^{-3}\ m^2$;

$\varepsilon = \Delta l/l = 686\ N / (2.5 \times 10^{-7}\ N) = 2.73 \times 10^{-5}$.

Solution proche de la solution c)

Exercice 3

- Calculer l'allongement relatif de l'humérus lorsqu'un homme de 70 kg se suspend à une barre fixe. On admettra que l'humérus est un os cylindrique creux de diamètres externe et interne de 3 et 2 cm.

(L'effort: $\sigma = F/A$; définition du module de Young: $\sigma = E\,\varepsilon$;
la déformation: $\varepsilon = \Delta l/l \Rightarrow F/A = E\,(\Delta l/l)$; module de Young pour un os (suivant l'axe) soumis à une traction: 1.6×10^{-10})

$$F/A = E\,(\Delta l/l) \Rightarrow (\Delta l/l) = F/(A \times E);$$

$$F = m\,g = (70\ \text{kg})\,(9.8\ \text{ms-2}) = 686\ \text{N};$$

$$A = \pi\,(r_2^2 - r_1^2) = \pi\,((0.03\ \text{m})^2 - (0.02\ \text{m})^2) = 1.57 \times 10^{-3}\ \text{m}^2\ ;$$

$$\varepsilon = \Delta l/l = 686\ \text{N} / (2.5 \times 10^{-7}\ \text{N}) = 2.73 \times 10^{-5}.$$

Exercice4

- Quelle est la constante d'élasticité d'un fémur humain soumis à une force de compression ? le fémur a une section droite moyenne de
- 10^{-3} m2 de et une longueur de 0,4 m.

- Donnée : module de Young de l'os par compression $E = 0{,}9 \times 10^{10}$ N/m^2.

Exercices corrigés (révisions)

- **Exercice 1**
- Une voiture se déplace à vitesse supposée constante d'Epinal à Nancy en Δt=48,0 minutes. Les deux villes sont séparées de d = 71,0 km.
- 1) Calculer la vitesse v de ce véhicule en $m.s^{-1}$ en en $km.\ h^{-1}$.
- 2) A côté de quel village passera-t-il au bout d'une durée de $\Delta t'$=892 s ?

- Données :
  Epinal-Charmes : d_1=32,0 km ; Epinal-Chatel : d_2=22,0 km ; Epinal-Thaon-les-Vosges : d_3=12,0 km.

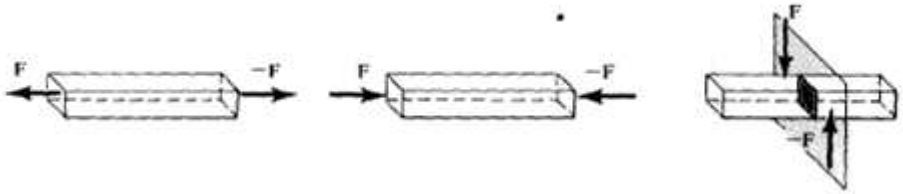
Exercices corrigés (solution)

- **Exercice 1**
- Une voiture se déplace à vitesse supposée constante d'Epinal à Nancy en Δt=48,0 minutes. Les deux villes sont séparées de d = 71,0 km.
- 1) Calculer la vitesse v de ce véhicule en $m.s^{-1}$ en en $km.\ h^{-1}$.
- 2) A côté de quel village passera-t-il au bout d'une durée de $\Delta t'$=892 s ?

- Données :
  Epinal-Charmes : d_1=32,0 km ; Epinal-Chatel : d_2=22,0 km ; Epinal-Thaon-les-Vosges : d_3=12,0 km.

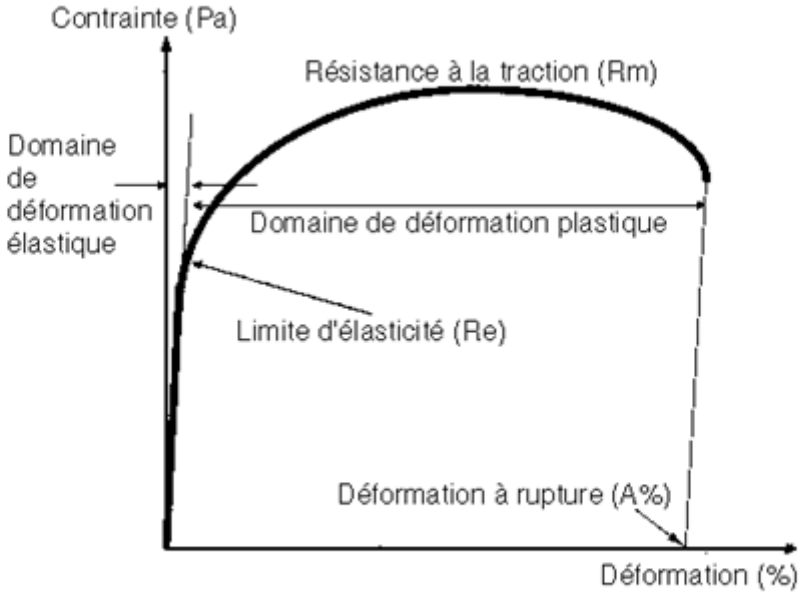
- 1) $v=d/\Delta t=71\times10^3/(48 \times 60)=24,7\ m.s^{-1}$.
  Soit en $km.\ h^{-1}$: $24,7\times3600/1000 =88,8\ km.\ h^{-1}$
- 2) On a : $v=d'/\Delta t'$ la vitesse ne changeant pas, on a $d'=v\times\Delta t'$. Donc $d'=24,7\times892=22\times10^3$ m = 22 km. Elle passera donc à côté de Chatel/Moselle.

Schémas récapitulatifs



(a) (b) (c)

Une barre est soumise à (a) une force de traction, (b) une force de compression, (c) des forces de cisaillement.



Graphe représentant l'effort associé à une déformation de traction dans le cas d'un matériau ductile

bibliographie

- **Bibliographie** *Physique ; Mpsi. Pcsi. Ptsi Editeur : Hachette Education Collection : H Prepa*

- Biophysique. Cours, Exercices, Annales Et Qcm Corrigés, 2e édition Auteur : Salah Belazreg, Rémi Perdrisot, Jean-Yves Bounaud Editeur : DUNOD Edisciences - collection : 100% 1re année Santé

Physique de Joseph Kane et Morton Sternheim Editions InterEditions/